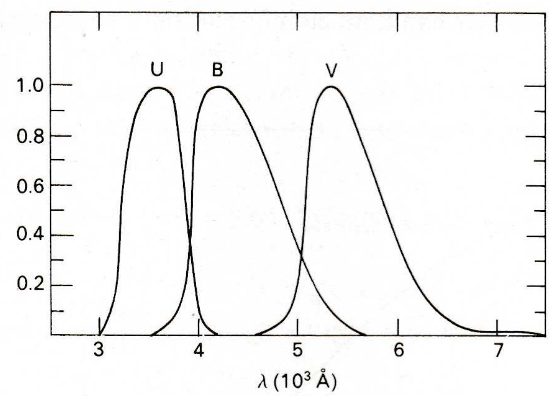
§1.3　地球の大気中における吸収の補正

Erika Bohm-Vitense 著 “Introduction to Stellar Astrophysics”(1989) Cambridge University Press より

私たちは第 1 巻で、地球の大気中での太陽光の吸収（または減光とも呼ばれる）を、異なる天頂距離で地球上で受けた太陽の放射を測定することで、どのように決定するかを議論した。星の場合も同様の手順に従うことができる（図 1.5 参照）。光が地球の大気を通過するとき、ビームが経路要素 ds に沿って進むときにビーム内の強度はわずかに変化する。



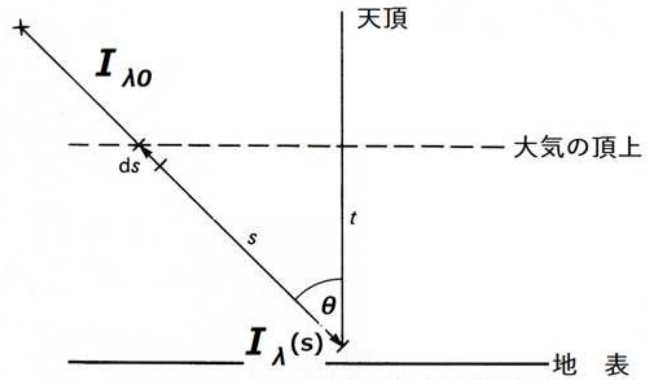


図 1.4（左）　UBV 等級を測定するため検出器の感度曲線（ Johnson 1965 年より）

図 1.5（右）　星からの光は、天頂方向に対して角度 θ だけ傾いた光路 s に沿って地球の大気を通過する。光路長 s に沿って強度は大気減光のために減少する。減光は、より大きな天頂距離に対して光路長 s がより長くなると増加する。

ビームにより多くのエネルギーがあるとき、つまり、そこに多くの光子があれば、より吸収される機会が大きい。それ故、エネルギーの変化 dI_λ は、I_λ に比例する。ここで、I_λ は、波長 λ におけるビームの強度である。波長 λ において吸収される光子の数は、大気中のガスの特性にも依存し、それはいわゆる吸収係数 κ_λ で記述される。光路長 dS に沿った強度の変化は、次式によって与えられる

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda I_\lambda ds \qquad 1.6$$

強度が減少しているので、dI_λ はもちろん負になる。両辺を I_λ で割り、dI/l=d ln I であることを覚えていれば、ここで ln は e を底とする対数を表すとすると、

$$d(\ln I_\lambda) = -\kappa_\lambda ds = -d\tau_\lambda \qquad 1.7$$

となる。ここで、いわゆる光学的深さ τ_λ を次のように定義する。

$$d\tau_\lambda = \kappa_\lambda ds \qquad \tau_\lambda(s_0) = \int_0^{s_0} \kappa_\lambda ds \qquad 1.8$$

式（1.8）は両側を積分することができ、次式が得られる。

$$\Delta(\ln I_\lambda) = \ln I_\lambda(s) - \ln I_\lambda(0) = -\int_0^{s} \kappa_\lambda ds = -\int_0^{\tau_\lambda(s)} d\tau_\lambda = -\tau_{\lambda s}(s) \qquad 1.9$$

ここで、$\tau_{\lambda s}$(s）は経路 s に沿った光学的深さである。ln I_λ(s) - ln I_λ(0) = ln(I_λ(s)/I_λ(0)を使って、次式を得る。

$$\ln\frac{I_\lambda(s)}{I_\lambda(0)} = -\tau_{\lambda_s}(s) \qquad 1.10$$

両側の指数関数をとると、

$$I_\lambda(s) = I_\lambda(s)e^{-\tau_{\lambda s}(s)} \qquad 1.11$$

が得られる。光の経路に沿った光学的深さ $\tau_{\lambda s}$は、図 1.5 に見られるように、天頂距離θに

$$ds = \frac{dt}{\cos\theta} = \sec\theta\, dt \qquad 1.12$$

依存する。
cos θ = t / s = dt/ds または

であるので、

$$\tau_{\lambda s} = \int_0^s \kappa_\lambda ds = \sec\theta \int_0^t \kappa_\lambda dt = \sec\theta\, \tau_{\lambda t} \qquad 1.13$$

となる。ここで $\tau_{\lambda t}$は、大気を垂直に測った光学的深さである。我々は、式（1.10）を次のように書くことができる。

$$I_\lambda(s,\theta) = I(0)e^{-\sec\theta\,\tau_{\lambda t}} \qquad 1.14$$

ここで$\tau_{\lambda s}$は今はθに依存しない。$\tau_{\lambda s}$は波長λでの大気の光学的深さと呼ばれ、通常τ_λと書かれる。

I_λ(s, θ)から地球の大気の上の強度 I_λ(0)導出するために、我々は波長に強く依存する τ_λ を知っている必要がある。

私たちが第 1 巻で太陽について議論したように、ある星から受ける強度 I_λ(s)を、夜間に星がさまざまな場所に移動したとき（地球の自転のため)、様々な角度 θ で測定することで光学的深さ τ_λを決定することができる。原理的には、2 つの測定で十分である。それらは 2 つの未知数 I_λ(0)と τ_λについての 2 つの方程式をもたらす。$I_{\lambda 1}$ = I_λ(θ_1,s)をその星の天頂距離 θ_1 で測定した強度とし、$I_{\lambda 2}$ を天頂距離 θ_2 で測定した強度としよう。次に式（1.10）に従って、

$$\ln I_{\lambda,1} - \ln I_{\lambda,2} = -\tau_\lambda(\sec\theta_1 - \sec\theta_2) \qquad 1.15$$

そして

$$\tau_\lambda = \frac{\ln I_{\lambda,1} - \ln I_{\lambda,2}}{(\sec\theta_2 - \sec\theta_1)} \qquad 1.16$$

常に測定誤差があるため、その夜の間に多くの測定を実行し、それらを図にプロットするのが安全である。ベストフィット直線は、次の関係与える。

$$\ln I_\lambda = -\ln I_\lambda(0) - \sec\theta\tau_\lambda$$

この直線の勾配はτ_λによって決定され、$I_\lambda(0)$は sec　θ　= 0 における ln I_λ軸とこの直線の交点から読み取ることができる（secθ = 0 は存在しないことに注意なさい。これは ln I_λ（0）の値を読み取るための手軽な方法である）。

実際には、図 1.5 は、幾何学を単純化している。地球の表面は平行平面ではない。加えて、光線は屈折により曲げられる。これらの影響は $\tau_{\lambda s}/\tau_{\lambda t} \neq \sec\theta$ という関係を与える。実際の比率は空気量（エアマス）と呼ばれる。 sec　θ　<2 の場合、その差は小数点第 3 位にあり、ほとんどの場合無視できる。

上記の導出は、与えられたκ_λを持った各波長λについて、またはκ_λが波長に依存しない場合には広帯域について、だけ成り立つことに留意することが重要である。κ_λを変えて広い波長帯域に適用することはできない。紫外線では、波長λが変化すると、それに伴うκ_λの変化は特に強い。

UBV 等級のような広帯域色の減光補正を決定するとき、人はκ_λが変化することをを忘れる傾向がある。同じ方法を使用すると、τ_λの値が正しくなくなる。

どうすればこの問題を回避できるでか？　我々は最終的に、ある恒星の補正された強度と標準的な恒星の補正された強度の比を求めたいのだ、ということを覚えておく必要がある。両方の星を同じ間違った系数で修正しても、間違った系数は相殺されるので問題にはならない。式（1.14）によれば、補正係数は$e^{\sec\theta\,\tau_\lambda}$である。同じ天頂距離θで両方の星を測定すると、誤差はほぼ相殺される。（星のエネルギー分布が異なると、τ_λの誤差が異なるため、完全に相殺されるわけではない。）さらに、星が小さい天頂距離で測定される場合、誤差は最小限に抑えられる。