

目次

- § 1.6 望遠鏡で何が起きているのか
- § 1.7 器械等級と色指数
- § 1.8 大気減光の補正
- <付録 J.3> 大気減光の補正
- § 1.9 標準システムへの変換
- <付録 J.4> 標準システムへの変換

§ 1.6 望遠鏡で何が起きているのか

あとの章で、観測テクニックと**データ整約(data reduction)**を詳しく議論する。しかしながら、初心者のためにここで観測の手順といくつかの用語の定義のアウトラインを述べる。実際の観測パターンは、必要とされる最終的なデータの形式も、そのプロジェクトの目的に依存するものである。一般的に、2つの観測パターンのうちの、1つは次のようである。最も簡単な観測の仕方でありながら、初心者にも最も強く推奨されるのが、**相対測光(differential photometry)**である。その簡単さに加えて、相対測光は明るさの小さな変化を測定する最も正確なテクニックであることを付け加える。この方法は、変光星観測者、とりわけ短周期変光星と食連星系の観測者の間で広く使われている。<訳注: 今やもっとも高精度さが要求される系外惑星のトランジット観測にも不可欠な方法でもある>

相対測光では、変光星とほとんど同じ色と明るさを持つ 2 番めの星が使われ、それを**比較星(comparison star)**と呼んでいる。この星は、できるだけその変光星に近いものが選ばれるべきであり、1 度以内が望ましい。これは、観測者がその 2 つの星の間をすばやく切り替えることができるからでもある。<訳注: CCD 測光では、望遠鏡を振って視野を切り替えるのではなく、同一の CCD 画像の視野内に 2 つの星を取るようにする> 接近した比較星を選ぶもう一つの極端に重要な理由は、減光補正 (§ 1.8) がしばしば不要にできるからである。なぜならその両方の星は、ほとんど同じ大気の層を通して見えているからである。その変光星のすべての変化は、比較星との等級の差 (<訳注> 真数では、明るさの比になる) として決定される。これらの星は、夜の高高度が連続的に変化するので、比較星は頻繁に測定されることが重要である。(<訳注> もちろん CCD 測光では、2 つの星は同時に撮られるので、このような心配をする必要はなく、それが高い測光精度が得られる要因になっている) このタイプの測光法は、極めて高い精度 (0.005 等級) が可能であり、米国中西部のような大気条件がよく変化するような場所で強く推奨される。しかしながら、チェック星と呼ぶ 2 番めの比較星を取るのも良いアイデアであり、その比較星が変光していないことのテストになる。チェック星は一晩の間に時々観測すれば良い。<訳注: CCD 測光では、比較星を数個とるのはむしろ普通である>

その観測手順は、変光星と比較星を交互に切り替えることであり、それぞれのフィルターで数回測定する。一回の測定とは、星をダイアフラムの中央に入れ、そしてミラーを切り替えて星の光を検出器に当てるということである。そして、あなたは増幅器に付いているメーターの読みを時間に沿って記録する。もし、光子計数法を用いた測光器であれば、カウンターの数字表示の読みを記録する。幸運に恵まれた人であれば、コンピュータがあなたの代わりに記録する！ フィルター毎にこれを行うと、その星をダイアフラムから外に押し出し、同じフィルターで背景の空の明るさを測る。これは、星の測定には実際には背景光が含まれているのでこの手順が必要と

なる。〈訳注: 光電測光の時代は、こんな面倒なことをやっていた時代だったのだ!〉
各フィルター毎の変光星と比較星の間の等級差は、次式を使って計算される。

$$m_x - m_c = -2.5 \log \left(\frac{d_x}{d_c} \right) \quad (1.4)$$

ここで、 d_x と d_c は、それぞれ、空の明るさを差し引いた変光星と比較星の測定値である。もし、2つの星で異なるゲインが使われたならば、それも含めなければならない。

相対測光の一つの優れた点は、多くのプロジェクトでは、標準測光システムへの較正が不要であることである。これの優れていない点は、あなたの求めた等級差が、標準システムで測定したものとは厳密には同じにならないということである。しかしながら、あなたが特定の検出器とフィルターを用いていて、かつ、比較星と変光星が合っていれば、あなたの結果は大変大きくは違うことはないということです (§ 2.6 を参照)。さらなる非優位性は、その結果があくまで、比較星との差の値であるということです。比較星を標準システムでの等級で求めなければ、あなたはその変光星の実際の等級と色を特定できないだろう。しかしながら、それらの結果は、光度曲線の形を決めたり、食連星の極小時刻を求めたりする多くの目的には十分正しい。

2番めの観測法は、プロの天文学者によって最も一般的でよく使われている。それはまた空のコンディションの質を要求される。この方法は、空の多くの異なる場所にあるたくさんのプログラム星を、等級と色指数を決定するために測定される。すでに書いたように、それぞれの星と背景光がすべてのフィルターを通して測定される。しかし、それぞれの星は地平線上の異なる高度で観測されるために、地球の大気の少し異なる厚みを通して観測されている。したがって、大気減光の補正をするために、等級と色指数が既知の星々をもまた観測しなければならない。最後に、プログラム星をUBVシステムのような標準システムの等級と色指数に変換できるように、変換係数を決定するために標準星のセットを観測しなければならない。この手順はしばしば、思ったよりも、そのための観測時間をが少なくして済むことを含んでいる。それは、減光係数と変換係数を決めるために、いくつかは同じ観測が使えるからである。その上、変換係数は時々決めれば良いだけである。詳しい手順は第4章と第9章で取り扱う。

§ 1.7 器械等級と色指数

星の等級を決定することはかなり簡単なことだと、さらに等級は星の光のフラックスに簡単に関連していると初心者には思えるかも知れない。不幸にも後者は真実から遠い。このことを明瞭に知るために、(1.3)式を再掲する。

$$m_1 = m_2 - 2.5 \log F_1 + 2.5 \log F_2 \quad (1.5)$$

ここで、星2は0等星の参照星で、星1が等級が未知の星だとして。すると、

$$m_1 = q - 2.5 \log F_1 \quad (1.6)$$

ここで、 q は一つの定数である。一つだけになった星の添字1を消して、観測する波長に依存し

た等級ということに注目するためにラムダ(λ)に変えて、

$$m_\lambda = q_\lambda - 2.5 \log F_\lambda \quad (1.7)$$

この式は、等級とフラックスの間の簡単な関係を確認しているだけのように見える。しかし、上式は観測されたフラックスを参照している。観測されたフラックスは、大変込み入った方法で実際のフラックスに結びついている。その問題は2つのグループに分けられる。(1)減光:検出器に達するまでの光路における星の放射の吸収または散乱のため、(2)その検出器の特性ズレ:一つの理想的な特性を持つ検出器からのズレ。この2つの問題について今から議論する。

星のフラックスの吸収源は、星間塵による星間吸収と地球の大気の吸収の2つがある。前者は、論文として出版された観測では一般的に無視されるが、後者は通常考慮される。地球の大気は、全波長で完全には透過しない。例えば、紫外線は大きく吸収される。人間の命はそのことに感謝する。高い場所にある観測所では、その上空にある吸収物質は減少するが、水分の多い低地にある観測所では上空に水蒸気が多い。加えて、大気は、赤色光よりも青色光をより多く散乱する。

すべての望遠鏡が同じように光を通すわけではなく、それは波長の関数である。例えば、ガラスは紫外線を大きく吸収し、様々なアルミニウムや銀のコートの反射は波長依存性がある。実際問題としてほしからのフラックスを一つの波長だけで測定することは不可能である。製造メーカーのベストを尽くした努力にかかわらず、厳密に同じフィルターや検出器は存在しない。その結果として、ある一つの星を同じフラックスで測定できる天文台はない。

同じ結果をもたらすためには、観測器械に較正を施すことが必要である。観測されたフラックス F_λ は、地球大気外での実際の星のフラックス F^*_λ と、次のような関係がある。

$$F_\lambda = \int_0^\infty \phi_A(\lambda)\phi_T(\lambda)\phi_F(\lambda)\phi_D(\lambda)F^*_\lambda d\lambda$$

ここで、

$\phi_A(\lambda)$ は地球大気の透過率

$\phi_T(\lambda)$ は望遠鏡の透過率

$\phi_F(\lambda)$ はフィルターの透過率

$\phi_D(\lambda)$ は検出器の効率(1.0が100%に相当する)

この表現は大変複雑であるし、多くの係数が通常詳しくは知られていない。このために、恒星のフラックスを正確に測定することが難しいのである。幸運にも星の等級の決定は、間接的な方法では、これらの係数の殆どについての知識を要求しない。等級を求める方法は、他の星が大気減光だけを補正された観測されたフラックスから等級を決定できるように、単に ある一定の恒星が、確かな等級を持つように定義するだけである。これが、一見扱いにくぶさいくに見える等級システムがこんなに長く使われている理由である。

唯一の残った問題は、望遠鏡、フィルター、検出器の組み合わせによる個々の違いを考慮することである。ここで、標準星のセットを使うように導入される。既知の星のセットを観測することにより、個々の観測所が、その器械等級を共通な標準システムに変換するために必要な変換係数

を決定することが可能になる。

実際には、星はフラックス単位では測定されない。検出器は、観測される恒星のフラックスに直接比例した電氣的な出力を生み出す。直流測光では、増幅された検出器の出力電流が測定され、光子計数法では1秒あたりの個数が記録される。(＜訳注＞ CCD 観測では、ADU(アナログ-デジタル変換単位)が記録される)

いずれにしろ、記録された量は単に観測されたフラックスに比例している。シンボリックに書くと

$$F_{\lambda} = K d_{\lambda} \quad (1.8)$$

ここで、 d_{λ} は実際の測定値(つまり、電流とかカウント数など)であり、 K は比例定数である。式(1.7)は次のように書ける。

$$m_{\lambda} = q_{\lambda} - 2.5 \log K - 2.5 \log d_{\lambda} \quad (1.9)$$

または

$$m_{\lambda} = q'_{\lambda} - 2.5 \log d_{\lambda} \quad (1.10)$$

こうして、実際の測定値 d_{λ} が、その器械のゼロ点係数 q'_{λ} と器械等級 m_{λ} に関係づけられた。星の色指数は、2つの異なるスペクトル領域での等級の差として定義される。ここで、添字1と2が2つの領域を示すとすると、色指数は次式で定義される。

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = q'_{\lambda_1} - q'_{\lambda_2} - 2.5 \log d_{\lambda_1} - 2.5 \log d_{\lambda_2} \quad (1.11)$$

または

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = q'_{\lambda_{12}} - 2.5 \log (d_{\lambda_1} / d_{\lambda_2}) \quad (1.12)$$

ここで、ゼロ点係数は一つの項 $q'_{\lambda_{12}}$ としてまとめられている。

再びいうと、量($m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2}$)はその器械システムにおけるものである。この機械システムから標準システムへの変換について、以下に手短かに議論されるが、その前に、地球大気の吸収効果を補正する必要がある。

§ 1.8 大気減光の補正

最もよく晴れた夜でさえ、星は地球の大気による吸収と散乱により十分に減光を受ける。その光をロスする量は、その星の地平線上の高度や観測波長、その時の大気のコンドィションに依存する。この複雑な振る舞いのために、測定された等級と色指数は、地球大気外の値に補正される。言い換えれば、宇宙で観測した値に補正される。この方法により、2つの異なる観測所の測定値が比較できるようになる。

次式により測定された等級 m_{λ} が、地球大気外で観測されたであろう等級 m_{λ_0} に補正される。

$$m_{\lambda_0} = m_{\lambda} - (k'_{\lambda} + k''_{\lambda} c) X \quad (1.13)$$

ここで、 k'_λ は1次減光係数、 k''_λ は2次減光係数と呼ばれる。この2次減光係数は、実際にはしばしば無視される場合があるほどに小さい。 c は観測された色指数で、 X は空気量(air mass)と呼ばれる。天頂では、 X は1.00であり、地平線に向かって高度が下がるほどより大きな値になる。良い近似として

$$X = \sec z \quad (1.14)$$

ここで z はその星の天頂距離(= 90° - 高度)である。

太陽が日没時に赤くなるのと同じで、大気減光は星の色指数に影響を与える。測定された色指数 c は、次式により大気外で測定されるはずの色指数 C_0 に変換される。

$$c_0 = c - k'_c X - k''_c X c \quad (1.15)$$

先に述べたのと同様に、 k'_c と k''_c はそれぞれ、1次と2次の大気減光係数である。添字 c は測定される2つの波長領域に依存する係数の値であることに注意しよう。つまり、色指数についての減光係数は、黄色と赤色のフィルターの場合のものと、青色と黄色フィルターの場合は同じではない。これらの減光係数 k'_λ 及び k''_λ 、 k'_c 、 k''_c は観測的に決定される。このテクニックの詳細は第4章で議論される。上記の減光式の導出は付録 J.3 に書かれている。

<付録 J.3> 大気減光の補正

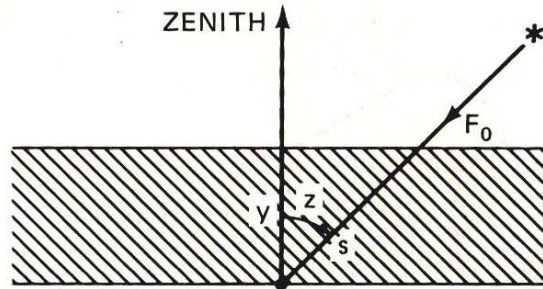


Figure J.6. Path Length is a function of Zenith angle.

図 J.6 は平行平面と見なした地球の大気を示す。つまり、地球の曲率は無視されている。この近似は、水平線より 30 度以上の高度にある星については、適切な近似である。地球の大気中を距離 ds だけ通り抜けた場合の相対的な星の光のフラックスのロス dF_λ が図 J.7 に示されている。このロスは、入射してくる星のフラックス F_λ に比例する、つまり絶対量で考えれば、入射し

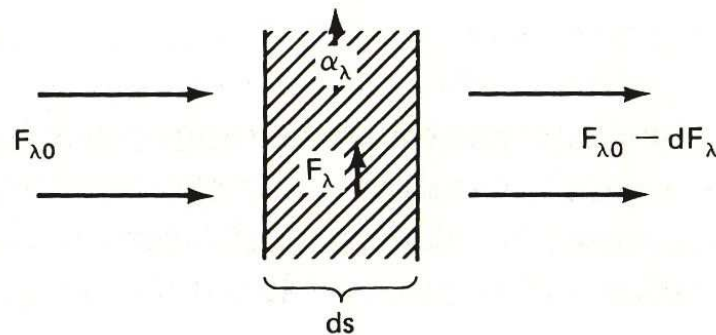


Figure J.7. Absorption of light.

てくるフラックスが大きくなれば、その分吸収も大きくなる。また吸収係数 α_λ (単位距離あたりにフラックスが減少する割合) と、そして大気を通り抜ける遠達距離 ds にも比例するはずである。
 数学的に書くと

$$dF_\lambda = -F_\lambda \alpha_\lambda ds \quad (J.33)$$

マイナス符号は、元の F_λ が増えれば、あるいは到達距離と共に吸収が増えれば、減少することを示している。式(J.33)は次のように書き直されて

$$\frac{dF_\lambda}{F_\lambda} = -\alpha_\lambda ds \quad (J.34)$$

そして、大気中を光路長 S に渡って積分すると次式を得る。

$$\ln (F_\lambda / F_{\lambda 0}) = -\int_0^S \alpha_\lambda ds \quad (J.35)$$

または

$$\frac{F_\lambda}{F_{\lambda 0}} = \exp \left(-\int_0^S \alpha_\lambda ds \right) \quad (J.36)$$

ここで、 $F_{\lambda 0}$ は大気の頂上でのフラックスであり、 F_λ は地上に届くフラックスである。天文学者はしばしば光学的深さ τ を次のように定義する。

$$\tau_\lambda = \int_0^S \alpha_\lambda ds \quad (J.37)$$

この項は、吸収する物質と幾何学的方向にのみ依存し、元の放射には依らない。そうすると、式(J.36)は次のように書ける。

$$\frac{F_\lambda}{F_{\lambda 0}} = e^{-\tau_\lambda} \quad (J.38)$$

もし、 $\tau_\lambda = 1$ ならば、地上に達するフラックスは大気の頂上に入射するフラックスの $1/e$ になることに留意しよう。

このフラックスの比を等級差に直すと、式 1.3 を用いて

$$m_\lambda - m_{\lambda 0} = -2.5 \log (F_\lambda / F_{\lambda 0}) \quad (J.39)$$

$$m_\lambda - m_{\lambda 0} = -2.5 \log (e^{-\tau_\lambda})$$

ここで、 m_λ と m_{λ_0} は、それぞれ地上でのその星の見かけの等級と大気外でのそれである。式(J.39)は 次のようになる。

$$m_\lambda - m_{\lambda_0} = 2.5 (\log e) \tau_\lambda \quad (J.40)$$

または

$$m_{\lambda_0} = m_\lambda - 1.086 \tau_\lambda \quad (J.41)$$

この式は、空の位置とともに変化する τ_λ の変化を示せば、より役立つ形に置き直すことができる。

$$\cos z = y/s \quad (J.42)$$

または

$$s = y \sec z \quad (J.43)$$

そして

$$ds = dy \sec z \quad (J.44)$$

ここで、 z は天頂距離で、 y は天頂での大気の厚さで、 s は光路長である。式(J.37)と(J.44)により、光学的深さは次のように書ける

$$\tau_\lambda = \sec z \int_0^y \alpha_\lambda dy \quad (J.45)$$

積分は単に天頂での光学的深さであり、定数である。こうして式(J.41)は

$$m_{\lambda_0} = m_\lambda - 1.086 \sec z \int_0^y \alpha_\lambda dy$$

または

$$m_{\lambda_0} = m_\lambda - k'_\lambda \sec z \quad (J.46)$$

ここで、 k'_λ は1次減光系数と呼ばれ、 $\sec z$ は空気量(大気中を渡ってくる相対的な量)を表す。空気量はしばしば X と書かれる。

地球大気中には減光を引き起こす 2 つの異なる種類の粒子がある。それらは、波長の依存性が異なる。主要な成分は分子で、 k'_λ は λ^{-4} に比例する。これらの粒子はおおよそ光の波長と同じサイズである。エアロゾルと呼ばれる塵のような大きい方のは、 λ^{-1} または λ^0 で変化を k'_λ に引き起こす。それぞれのタイプの相対的な割合は、大気のコンドーションと天頂距離に依存する。

我々は減光に対して簡単なアプローチを取る。仮想的な場合は、吸収の波長依存性について考慮する、しかし、我々は平行平面大気を仮定し、ある等級を得るために特定の1つの波長を持った無限に細いバンドパスを持つ(〈訳注〉つまり特定の波長の光しか通さない)フィルタ

一を仮定する。実際の丸い地球の場合は第4章でカバーする。バンド幅の効果はこれから議論するが、それは2次減光係数として知られる減光に対する補正を引き起こすものである。

(<訳注>UBVのような広帯域測光では)あるフィルターの一つのバンドパスの中で、ある波長部分は他の波長部分よりもより多くの大気減光を受けることが放置されている。一般的に青い波長は、よりのやすく吸収され散乱される。そのバンドの中では、平均的な大気減光が使うことができるが、しかし、バンドパスの青端に向かってフラックスが増えるような星(一般に高温星)は、実際の場合よりも系統的により少ない減光を受け、赤い方にフラックスが増える星(低温星)はより減光を受け、より暗い等級になる。<訳注:この記述は逆ではないのか?> 言い換えれば、平均的な減光を使うと、等級決定に際して系統的な誤差を導入してしまい、星の色および観測した星の位置の空気量に依存した誤差を入れてしまう。式(J.46)をこの色依存の項のために修正して、次式を得る。

$$m_{\lambda 0} = m_{\lambda} - k'_{\lambda} \sec z - k''_{\lambda} c \sec z \quad (J.47)$$

または

$$m_{\lambda 0} = m_{\lambda} - (k'_{\lambda} + k''_{\lambda} c) \sec z \quad (J.48)$$

ここで、 k''_{λ} は2次減光係数と呼ばれ、 c はその星の器械色指数である。

大気減光は波長依存性があるので、星の見かけの色指数もまた影響を受ける。式(J.47)は2つの波長に対応する1と2という添字を使って書くことができる。

$$m_{\lambda 01} = m_{\lambda 1} - k'_{\lambda 1} \sec z - k''_{\lambda 1} c \sec z \quad (J.49)$$

$$m_{\lambda 02} = m_{\lambda 2} - k'_{\lambda 2} \sec z - k''_{\lambda 2} c \sec z \quad (J.50)$$

引き算すると、色指数を得る。

$$(m_{\lambda 01} - m_{\lambda 02}) = (m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2}) - (k'_{\lambda 1} - k'_{\lambda 2}) \sec z - c (k''_{\lambda 1} - k''_{\lambda 2}) \sec z \quad (J.51)$$

色指数 c と c_0 を次のように定義しよう

$$c = (m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2})$$

$$c_0 = (m_{\lambda 01} - m_{\lambda 02}) = (m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2})_0$$

そして、次のように置こう

$$k'_c = k'_{\lambda 1} - k'_{\lambda 2}$$

$$k''_c = k''_{\lambda 1} - k''_{\lambda 2}$$

そうすると

$$c_0 = c - k'_c \sec z - k''_c (\sec z) c \quad (J.52)$$

実際、減光係数は α_λ や吸収の実際の物理過程に関するどんな知識もなく、数個の星の測定によって決定できる。時間的空間的変化があるのでこれらの減光係数の決定には、とんだ落とし穴がある。その詳細は第 4 章で示す。

§ 1.9 標準システムへの変換

UBV システムのような等級と色指数のシステムは、特定の検出器とフィルターのセットにより測定された標準星のセットにより定義される。異なる観測所の観測者がお互いの観測を比べることを可能にするために、観測は、その器械システム(それはすべて異なる)から標準システムへ変換されなければならない。観測者は、標準星のシステムを定義するのに使った装置にできるだけ近いようにマッチさせることが重要である。しかしながら、フィルターセットや検出器は 2 つと同じものはない。そこで、すべての観測者が、彼らの観測を標準システムにいかに変換するのかその係数を決めるがために、標準星を観測することが必要になる。

その変換式の導出は、付録 J.4 に見ることができる。ここでは、ただその結果を使う。一旦観測された等級が大気減光を補正されたら、次式によって標準等級 M_λ へ変換できる。

$$M_\lambda = m_{\lambda 0} + \beta_\lambda C + \gamma_\lambda \quad (1.16)$$

ここで、 C はその星の標準色指数で、 β_λ と γ_λ は、それぞれその器械の色係数とゼロ点定数である。標準化された色指数は、次式で得られる。

$$C = \delta c_0 + \lambda_c \quad (1.17)$$

ここで、 c_0 は、大気減光を補正された色指数である。また、 δ は色係数で、 γ_c はゼロ点係数である。これらの係数とゼロ点定数は、それぞれの測光システム毎に標準星の観測によって決定される。この詳細は第 4 章で取り上げる。

<付録 J.4> 標準システムへの変換

異なる観測所の観測者が互いの観測を比べる事ができるためには、観測をその器械システム(どれも皆異なる)から標準システムへと変換しなければならない。測光システム間のこの違いの理由は観測される有効波長が少し異なるためである。その有効波長(λ_{eq})は、その星のフラックスとその器械の応答関数によって重み付けた観測の平均波長であり、次式で定義する。

$$\lambda_{eq} = \frac{\int_0^{\infty} \lambda \phi(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} \phi(\lambda) d\lambda} \quad (J.53)$$

ここで、 $\Phi(\lambda) = \Phi_A(\lambda)\Phi_T(\lambda)\Phi_F(\lambda)\Phi_{PM}(\lambda)$ 、第1章で定義したように

- $\Phi_A(\lambda)$ は、地球大気の透過特性
- $\Phi_T(\lambda)$ は、望遠鏡の透過(反射)特性
- $\Phi_F(\lambda)$ は、フィルターの透過特性
- $\Phi_{PM}(\lambda)$ は、検出器の検出効率

である。測定する器械の分光特性が少し変われば、 λ_{eq} が変化する。これは、ある器械で決定された等級が、2番めの器械で測定されたものと少し異なるということを意味している。例えば、あなたが高温星(=そのフラックスは青い方へ急に上がっている)を観測したとしよう。もしあなたの観測器械の有効波長が標準システムよりも少しだけ青い方へズレているとすると、あなたが測定した等級は、受け入れられている値より明るくなる。 λ_{eq} の違いは、通常は小さいので、標準システムでの等級 M は、器械等級 m_0 の近傍で、 λ_{eq} のテイラー展開によって近似される。つまり、

$$M = m_0 + \left(\frac{\Delta m_0}{\Delta \lambda_{eq}} \right) \Delta \lambda_{eq} + \text{高次の項} \quad (J.54)$$

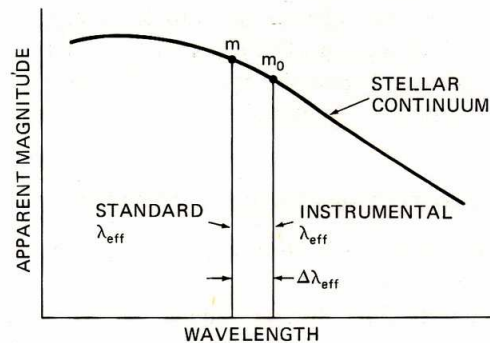


Figure J.8. Difference between the standard and instrumental equivalent wavelength.

図 J.8 はこれを図示したものである。この議論では、大気減光の補正はすでに済んでいるものと仮定していることに留意せよ。括弧の中の項はその星のコンティニウムの傾きであり、それはその領域でのその星の色または色指数に比例する。どのような器械等級 m_0 も次式のような表現で標準等級 M へ変換が可能である。

$$M_{\lambda} = m_{\lambda 0} + \beta_{\lambda} C + \gamma_{\lambda} \quad (J.55)$$

β_{λ} と γ_{λ} は、問題の波長近くでのその測光器に固有な定数であり、 C はその星の標準色指数である。

(すでに減光補正が済んでいる)色指数の変換は、式(J.55)をそれぞれの波長領域に適用して、差の形にすると得られる。すなわち、

$$(M_{\lambda 1} - M_{\lambda 2}) = (m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2}) + (\beta_{\lambda 1} - \beta_{\lambda 2})C + \gamma_{\lambda 1} - \gamma_{\lambda 2}$$

or

$$C = c_0 + \beta_c C + \gamma_c \quad (J.56)$$

ここで、 C は標準システムでの色指数、 c はその器械での色指数、 β 、 γ 、 β_c 、 γ_c は定数である。定数 δ を次式で定義すると

$$\delta = \frac{1}{1 - \beta_c}$$

それは

$$C = \delta c_0 + \gamma_c \quad (J.57)$$

等級と色指数の変換の両方で、色指数に関する1次を超えた高次の色の項は無視できると仮定している。これは、いつも行われるのではない。その一つの例は、ND フィルターを使用した場合で、ND の N は色的に中性(Neutral)をさしているが実際には中性ではないので、その器械の応答にさらなる色依存性を付け加える。このような場合は、系数決定が試みられる時に現れて、整形関係が崩れることがその証拠になる。この場合は、次なる高次項(色指数の2次の項)を手順に加えなければならない。このようなことが起こる場合はまれなので、この教科書では扱わないが、その可能性があることは知っておいた方が良いでしょう。