

# 標準測光システムへの等級変換のための一つの実用的なアプローチ

David Boyd 著

大島 修訳(2018.10.31 版)

A Practical Approach to Transforming Magnitudes onto a Standard Photometric System

David Boyd (2012) JAAVSO, Vol.40, p990

## 要旨

CCD による相対測光において、アマチュアが器械等級を標準測光システムへ変換するための手軽で実用的な実装の一つの方法について述べる。

## 目次

1. はじめに
  2. 大気減光と器械による変質
  3. 適応範囲
  4. 変換式
  5. 恒星の標準等級のソース
  6. 器械変換と2次減光係数
  7. 1次減光係数
  8. 標準等級への器械等級の変換
  9. 色指数の変換
  10. 実装
    11. Landolt 星野についての測定された等級の変換
    12. 結論
    13. 謝辞
- 参考文献

## §1. はじめに

ほとんどのアマチュア天文家が、CCD カメラを使って変光星や小惑星、その他の遠距離天体など興味ある天体の明るさを測定する場合に、相対測光(differential photometry)と呼ばれる手法を用いる。この方法では、対象の天体の等級は、同じ視野にある既知の等級を持つ他の星と明るさを比較して計算される。CCD により記録された天体の画像から得られた目的天体の明るさは、その使った器械による等級(instrumental magnitude)と呼ばれる。<訳注：器械＝観測所上空の大気も含め、望遠鏡とフィルターなどの光学系、及び CCD カメラなど全体を通して得られた等級のことを示し、「装置等級」とも訳される。以後は、「器械等級」と書く> 測光用フィルターを使って観測し、その測定された器械等級を標準測光システムの一つに変換することは、アマチュアにもますます強く要請される。

科学的な解析においては、この方法で器械等級を変換することで、その有用性が更に著しく増加する。そのようなデータは、他の観測者による同様に変換された測定値と一緒に、内部的に一貫した単一のデータセットとして扱われる。今日アマチュアによって最もよく使われている標準測光システムは、ジョンソン-カズンズの UBVRi システムであるが、ここでは、その実用的なサブセットである BVRI を取り扱うことにする。しかしながら、ここで述べる方法はどのような標準システムにも適用可能である。

なぜ器械等級が標準等級とは異なるのか、2つの理由がある。それは、(1) 大気による減光の影響と、(2) 使用した器械の応答関数（訳注：望遠鏡とフィルター、CCD カメラ全体を通した分光特性のこと）と標準システムとの間のミスマッチである。大変正確に等級が分かっている標準星を観測することにより、器械等級を標準システムに変換することができる。長年に渡ってそのような変換式が考案され出版されてきたが、それらは通常、理想的に測光に適した空（photometric skies）が欲しい時に躊躇なく得られるという期待とセットになっていた。しかし、ここで述べることは、これまで書かれてきた方法の変形版であり、我々がむしろいつも経験しているくらいの、理想的ではないまでも、少しはましな気象条件下において、より適した方法についてである。

まず、大気減光と器械の特性がいかに観測に影響を与えるかを説明し、提唱されたアプローチの適応範囲を手短に議論する。次に、変換式を記述し、標準星の選択について議論する。そして、変換式の係数をどのように見つけ、それをどのようにして器械等級と色指数を変換するために使うかを説明する。最後に、器械等級の変換が持つ利点を描くために Landolt の標準星野の測定値を使う。

## §2. 大気減光と器械による変質

大気減光は、次の2つの原理的な理由により生じる。即ち、塵と水蒸気を含んだエアロゾルによる入射光の散乱、そして、分子によるレイリー散乱である。

エアロゾル散乱は、可視光の波長域に渡って比較的平坦であり、より短波長でゆっくり効果が始まり、約 500nm より長波長側で卓越した減光の原因となる。レイリー散乱は、より短波長側で大変急激に増加し、スペクトルの青い端で優勢になる。エアロゾルの散乱の量は、大気のエアロゾル含有量に大きく依存して変化する。一方、レイリー散乱は、比較的一定のままである。大気減光についてのより詳しい情報は Green(1992)と Stubbs et al.(2007)に見ることができる。

波長に依存しない散乱は、その星の方向の空気量(air mass)と1次減光系数(first order extinction coefficient)を掛けることによって表わされ、波長に依存する散乱は、2次減光系数(second order extinction)と空気量 (airmass、<訳注>天頂方向の空気の量を1とし、観測しているその星の光が望遠鏡に届くまでの間の空気の量のこと)、その星の色指数(color index)の積によって表わせる。1次減光系数はエアロゾル散乱によって主に決まるので、その値は、大気中の塵と水蒸気の含有量が増えるのに伴って、夜毎に、あるいはおそらく一夜の間でも、変化し得る。2次減光系数は、主にレイリー散乱によって引き起こされるので、その値は、同一観測地点では一般的には時間的に安定であると考えられる。スペクトルの青端でレイリー散乱の急上昇が起こるので、2次減光は B フィルターを通してなされた測定に主に影響を与え、一方 V や R,I での測定には影響はより少ないものになる。

薄い層の雲や霞の存在は、Honeycut(1971)で経験的に確かめられているように全波長で等しく入射光を減光させる。実際には、これは大気減光に一定の「灰色」の項を加えることになり、それはその画像のゼロ点を変化させる効果を持つ。薄い雲はしばしば目で見ると検出が困難であるが、その存在は、均一で安定しているので良質の測光を必ずしも妨げるものではない (Hardie 1959)。しかし言うまでもなく、最も信頼の置ける結果は、

常にクリアな空の下で得られるものである。

実際にはすべての BVRI フィルターと CCD 検出器の組み合わせにおいて、その分光特性は標準の Johnson-Cousins システムとは異なっている。これは、標準システムとは異なる結果を生み出し、この違いは星の色によっても異なる結果を生じる。そのミスマッチは通常は小さいので、器械変換係数とその星の色指数の積で構成される線形項によって補正可能であると、通常は仮定されている。その器械構成が変わらなければ、例えば光学系とフィルターの透過特性が経年変化による変換係数の変化は小さくゆっくりとしていることが期待される。

1 次減光係数は、大気の変化に伴い夜ごとにあるいは一夜の間でさえも変化するかも知れない一方で、同一地点での 2 次減光係数や同一の器械変換係数は、Welch(1979) や Harris et al.(1981)で示されたように、ゆっくりとした時間変化だけが起こりうる。しかし、言うまでもなく、そのような変化を監視するために定期的に再測定することは賢明なことである。

### §3. 適応範囲

ここで述べる変換パラメータを取得するための方法は、典型的には 1 度以下の視野を持つ程度の長さの焦点距離を持った光学系を使って CCD カメラで空を撮像する人を対象としている。測光においては、通常は高度約 30 度以上、つまり大気減光の最悪の影響を避けるために空気量 2.0 以下に対応している高度で観測することが望ましい。このような状況下では、同じ画像内で測定されているすべての星が同じ天頂距離であり、つまり同じ空気量であると仮定することができる。この仮定によって導入される誤差は、最悪の場合でも千分の数等級である。しかしながら、ある状況下、例えば一眼レフカメラを使用して広い視野を撮像する場合や、空気量が急激に増加する地平線に近い撮像、あるいはより厳密な解析が行われなければならない場合は、同じ視野内のすべての星が同じ空気量を持つという仮定が適用できないかも知れない。

### §4. 変換式

出発点として以下の方程式を取ろう。それは、器械等級（小文字で表す）を標準測光システム（大文字で表す）に変換するために習慣的に使われている式である。例えば、Da Costa(1992)や Warner(2009)を参照せよ。

$$B = b - k'_b X - k''_{bbv} X(B - V) + T_{bbv} (B - V) + Z_b \quad (1)$$

$$V = v - k'_v X - k''_{v bv} X(B - V) + T_{v bv} (B - V) + Z_v \quad (2)$$

ここで、 $B$  と  $V$  はその星の標準  $B$  バンドと  $V$  バンドの等級であり、 $b$  と  $v$  は  $B$  バンドと  $V$  バンドで測定したその星の器械等級である。 $k'_b$  と  $k'_v$  は  $B$  バンドと  $V$  バンドの 1 次減光係数であり、 $k''_{bbv}$  と  $k''_{v bv}$  はその色指数 ( $B-V$ ) についての  $B$  バンドと  $V$  バンドの 2 次減光係数である。 $X$  はその星の空気量であり、 $T_{bbv}$  と  $T_{v bv}$  はその色指数 ( $B-V$ ) についての  $B$  バンドと  $V$  バンドの変換係数であり、 $Z_b$  と  $Z_v$  は  $B$  バンドと  $V$  バンドのその

画像のゼロ点であり、一つの画像内ではもちろんすべての星について同じ値である。

添字の1番目または1個だけのものは、そのフィルターのバンドを表し、2番めと3番目の添字は、その関連した色指数を示す。

すでに書いたように大気の速い変化は、1次減光系数と、画像ごとに変化するのゼロ点の変化を引き起こすが、一方、2次減光系数と器械変換系数は一定のままかあるいは長期間に渡ってのゆっくりした変化を示す。

1次減光系数と2次減光系数、および器械変換系数は通常別々の手順で決定されてきた。減光系数を見つけるよく知られた2つの方法が、Bouguerの方法とHardieの方法である。Bouguerの方法は、一晩の経過に渡って広い範囲の空気量で動く標準星の一つのグループを追跡するという事を含んでいる。Hardieの方法は、広く離れた空気量にある赤と青の標準星のペアを短時間で観測することを要求する。両方の方法は共に、大気減光が時間的に広い範囲で、かつ/あるいは、それらの測定がなされている広い空の領域で、一定であるということに依存する。器械変換系数は、天頂に近い小さな空気量で広い範囲の色を持った空間的に接近した一つのグループを観測することによって見出される。これらの方法についての記述は、例えば Welch(1979)や Romanishn(2002)に見ることができる。

しかしながら、Harris et al.(2002)で指摘されているように、この方法でこれらのパラメータを別々に決定することは、次善の策であり、最良の解を得るには通常はイテレーションを要求する。彼らは、要求されるパラメータを決定するためには全部の観測を一緒に使うことがより良いと議論している。ここでの我々の方法は、Harris 達によって述べられたものの簡易版であり、CCDによる相対測光のニーズに合っていて、アマチュアが実際に実行する時により容易なものである。一度に解く多重線形最小2乗法は「ブラックボックス」であり、それよりも、段階を追う解法には、それぞれの段階でグラフによる確認を行うという利点を持っている。これは、個々の星のデータが持つ問題点やそのデータ内部の一貫性のなさや人間に起因する誤差をよりたやすく見抜いてくれる。

式(1)(2)を次のように変形できる。

$$(B - b) = T_{bbv} (B - V) - k''_{bbv} X (B - V) + Z_b - k'_b X \quad (3)$$

$$(V - v) = T_{vbv} (B - V) - k''_{vbv} X (B - V) + Z_v - k'_v X \quad (4)$$

そしてそれを次のように書き直す。

$$(B - b) = C_{bbv} (B - V) + Z'_b \quad (5)$$

$$(V - v) = C_{vbv} (B - V) + Z'_v \quad (6)$$

ここで、色指数 (B-V) についての B バンドの器械変換系数と2次減光系数とをひとまとめにして、 $C_{bbv} = T_{bbv} - k''_{bbv} X$  とした。また V バンドについても同様に、 $C_{vbv} = T_{vbv} - k''_{vbv} X$  とした。そして、B バンドの画像のゼロ点と1次減光系数をひとまとめにし、 $Z'_b = Z_b - k'_b X$  とした。同様に V バンドについても、 $Z'_v = Z_v - k'_v X$  とした。

我々は、狭い視野を取り扱っているので、同じ画像内のすべての星は、同じ空気量 X

の値を持ち、 $C_{bbv}$  及び  $C_{v bv}$ 、 $Z'_b$ 、 $Z'_v$  の項は、その画像内の全星について同じであると仮定することができる。ある画像内の全星について、(B-V)に対する (B-b)をプロットすると、その傾きは値 X における  $C_{bbv}$  を与える。同様に(B-V)に対する(V-v)は  $C_{v bv}$  を与える。式(5)と(6)と同様の式は、他のフィルターと色指数を使った測定にも適用され、次のように書ける。

すなわち、

$$(R - r) = C_{rvr} (V - R) + Z'_r \quad (7)$$

$$(I - i) = C_{ivi} (V - I) + Z'_i \quad (8)$$

ここで、項  $C_{rvr}$  及び  $C_{ivi}$ 、 $Z'_r$ 、 $Z'_i$  の定義は上と同様である。

こうして、対応する値 X についての値  $C_{bbv}$  及び  $C_{v bv}$ 、 $C_{rvr}$ 、 $C_{ivi}$  (以後、一般的に  $C = T - k \cdot X$  というように、パラメータ C としてまとめて記述する) を測定できれば、器械変換係数 T と 2次減光係数 k を決定できる。これ以降に見るように、これらの値は、CCD による相対測光を変換するために必要なパラメータである。

## §5. 恒星の標準等級の源資料

これらのパラメータを測定するためには、以下のような特性を持つ星のグループを定める必要がある。すなわち、(a)小さな CCD の視野内に入ること、(b)それぞれのフィルターバンドで正確に等級が分かっているできるだけたくさんの星を含んでいること、(c)できるだけ広い色指数の幅を持つことである。

キャリブレーションの最上の標準は、伝統的には、Arlo Landolt による長年に渡って測定された赤道標準星(Landolt 1992, 2009, 2011 を参照)のセットである。これらは、約 0.004 等という小さな平均 2 乗誤差(rms)の V 等級を持つ。この Landolt の赤道標準星は全緯度から観測可能であるという優位性があるが、地球の赤道から隔たった所にいる観測者にとっては、これらの星は空の高い位置に登らず、空気量は比較的狭い範囲にしか分布しない。つまり、これらの標準星だけを使うと、空気量をその範囲から外挿しなくてはならず、この外挿という手段は、どうしても正確さを減じてしまうことになる。したがって、Landolt の赤道標準星だけを使うと、大気量に依存する効果を考慮すると精度を減ずるという限界がある。Landolt の標準星のその他の欠点は、典型的な CCD の視野内では、十分広い色指数が時々得られないということもある。

この理由のために我々は 2 次の標準星のグループ、つまり、それ自身が Landolt の標準星を使って較正されていて、高緯度地方でも南中時に天頂に近くまで達し、したがって空気量が 1 またはそれに近いところで観測できる星のグループを使って調べられる。それに適した星の領域は、変光星の比較星を選ぶための目的で Arne Henden によって BVRI で測定されてきたもので、Henden(2012, "Calibration fields" <ftp://ftp.aavso.org/public/calib/>)から入手できる。これらの星野から 2 次標準星として使う星を選択する時、測定回数が 10 回より少ないものや測定誤差の大きいもの、測定が困難なほど近くに接近した星があるものは避けるようにする。また、同じ領域内の大多数の星を等級と色でプロットし

た図のラインから大きく外れた星も、等級が間違っているかも知れないしあるいは変光星かも知れないので基本的に避けるべきである。個々の視野内でこれらの基準を満たす10個の明るい星を使う。これらの星の等級の誤差は、Landoltの標準星に比べて大きいけれど、広い範囲の色指数を持ったより多くの星を持つことによって部分的には補完される。ここでの例として使われた星は、次の変光星の近くの領域から採られた。それは、EE Cep 及び TT Cas、V504 Per、VarCas06(=VSXJ000921.8+543943 明るい重力マイクロレンズ変光星-<訳注>多胡天体として知られる)である。

図1は、Var Cas 06の星野の中の星を示す。丸で囲まれた星が2次標準星として使われ、V等級の範囲で11.373-13.889、rms誤差0.024以内、色指数B-Vで0.125-1.716の範囲のものである。

AAVSOのAPASSサーベイ(AAVSO, 2012)のような測光サーベイから多くの星が精度よく測定された等級が入手容易になっていて、ここでの目的に適した高品質の2次標準星が著しく入手しやすくなっている。

<訳注 Landolt自身も北半球の緯度の高い観測者に適した1次標準星を整備していて、この記事が書かれた翌年に"UBVRI PHOTOMETRIC STANDARD STARS AROUND THE SKY AT +50 deg DECLINATION" AJ Vol.146:131, p.41 (2013)として、詳細なカタログを出版していて、ここでの目的に十二分に適うものである>

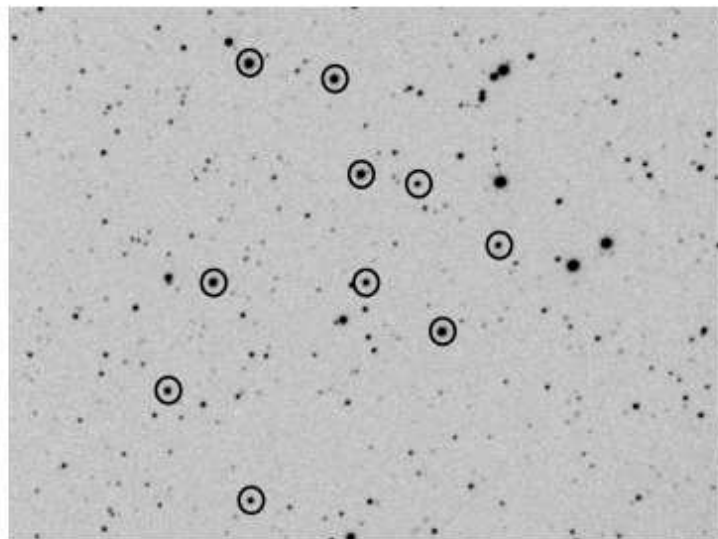


Figure 1. Stars in the field of Var Cas 06 used as secondary standards.

## §6. 器械変換と2次減光の係数の決定

まず、我々は図1に示したような、できるだけ色指数の広い範囲の星を含んでいて、正確に測定されたBVRI等級が既知であるような目的に合致した星野を選ぶ。我々が2次標準星として使おうと思っているその星野で星々を特定する。そして、その領域が良い位置に来る時に、空の条件が安定でかつクリアな夜を待ち、フィルター毎に5枚から10枚の画像を撮る。また、その時に気を付けることは、CCDの非線形領域や飽和するカウント数の範囲を避けて、かつ、最も明るい星ができるだけ高いSN比で記録されるよ

うにすることである。これは、空の条件が良好なままであるような継続時間としては、典型的には各フィルター毎にわずか数分間かける程度である。そして、ダークとフラットフィールドを使ってその画像をキャリブレートし、各フィルターを通して得た個々の画像の中で我々が決めた2次標準星の  $bvri$  それぞれの器械等級の平均値と標準偏差を計算する。そして、同じフィルターを通して撮った全画像ので全星の  $X$  の平均値も計算する。

それぞれのフィルター毎の画像セットを得る間に、空のコンディションが本当に安定していることをチェックするために、フィルター毎に個々の星の器械等級の標準偏差を、測光ソフトが出力する測定誤差と比較することができる。もし前者が十分に後者よりも大きいならば、それは空のコンディションがおそらく不安定であることを示しており、その場合はキャリブレーションの目的に使うてはならない。

我々は、個々の標準星についての  $(B-V)$  及び  $(V-R)$ 、 $(V-I)$  の値を知り、 $(B-b)$  及び  $(V-v)$ 、 $(R-r)$ 、 $(I-i)$  の値を計算することができる。また、個々の星についての  $(B-b)$  以下同様の値についての誤差を、その星の標準等級  $B$  についてのカタログに書かれてある誤差と同じ星の器械等級  $b$  の標準偏差を幾何学的加算 ( $=2$  乗和の平方根) により計算できる。

そして、 $(B-b)$  対  $(B-V)$  及び  $(V-v)$  対  $(B-V)$ 、 $(R-r)$  対  $(V-R)$ 、 $(I-i)$  対  $(V-I)$  をそれぞれプロットする。我々が今探している変換が線形であることを仮定すると、これらのデータ点はほぼ直線に沿って並んでいることが期待される。もしその直線が水平であれば、我々が測定した器械等級は色の依存性を持たないことが示される。それよりもっとあり得ることであるが、水平でなくて斜めになっているならば、我々の観測は色依存性があり、補正が必要となる事を示している。

図2は、変光星 EE Cep の星野の星々についての  $(B-b)$  対  $(B-V)$  及び  $(V-v)$  対  $(B-V)$ 、 $(R-r)$  対  $(V-R)$ 、 $(I-i)$  対  $(V-I)$  の等級-色プロットを示す。使用した器械は 35cm シュミットカセグレン望遠鏡及び SXVR-H9 CCD カメラ、Astrodon ダイクロイック BVRI フィルターである。

式(5)~(8)から、この図にプロットされたデータ点にフィットさせた直線の傾きは、各フィルターについて計算した平均空気量  $X$  における  $C$  パラメータを与え、フィットした直線の周りの分散から、それらの誤差を計算することができる。

このプロセスを、できるだけ広い空気量の範囲をカバーし我々の選択基準を満足させる2次標準星のより多くの星野で繰り返す。それぞれの星野は、 $C$  パラメータの値と各フィルター毎の対応する空気量  $X$  の対応する値をもたらす。先に書いたように、データは同一夜に集丸必要は全然なくて、これらのパラメータの値は長期間に渡って安定なので、したがって、数夜に渡って集められたデータをひとまとめにすることができる。

$C$  パラメータ  $C = T - k'' X$  のそれぞれについて、フィルター毎のその  $C$  パラメータを対応する空気量  $X$  に対してプロットし、重み付きのフィッティングをすれば、それぞれのフィルター毎の器械変換係数 ( $T$ ) と2次減光係数 ( $k''$ ) についての値を、その誤差と共に求めることができる。これらのフィッティングにおいて、その誤差の平方根の逆数をもってそれぞれの  $C$  の値のウェイトにする。

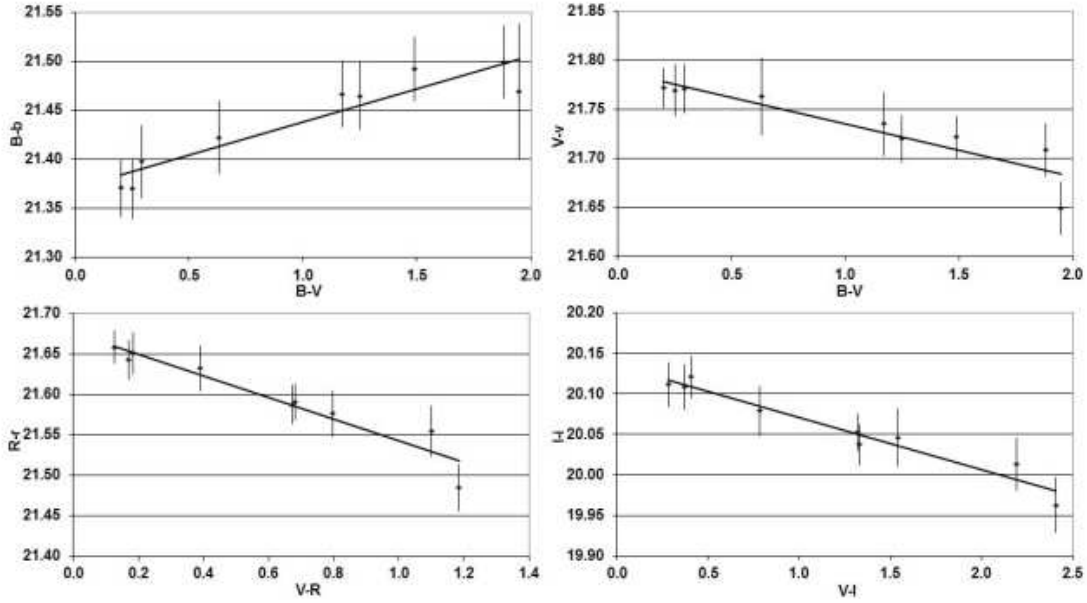


Figure 2. (B-b) vs (B-V), (V-v) vs (B-V), (R-r) vs (V-R) and (I-i) vs (V-I) for stars measured in the field of the variable EE Cep.

図3は、2晩に渡って得られた4つの星野の画像からの12組のデータからXに対するCパラメータの値をプロットしたものである。これらのプロットでは、Tとk''についてのフィットを示している直線も示している。

表1は、これらの解析から得られた器械変換系数と2次減光系数の値をリストしている。忘れてはならないのは、我々の習慣は最初の添字がフィルターのバンドを表し、2番めと3番目の添字は関係がある色指数を示しているということである。

Bを除くVRIフィルターバンドについての2次減光系数は小さく、誤差の範囲でゼロと見なしても良い程度のものである。これは、期待されるように、これらのフィルターでの減光が、主に波長依存性が最小であるエアロゾル散乱のためであることを示している。したがって、経験的な賢明さと整合的であり、これらの値がゼロであると仮定するであろう。Bフィルターについての2次減光系数は、レイリー散乱はより短波長で急速に生じることから期待できるように、十分にゼロではない値を持つ。

Table 1. Instrumental transformation and second order extinction coefficients.

	<i>Transformation Coefficients</i>		<i>Second Order Extinction Coefficients</i>
$T_{bbv}$	$0.0295 \pm 0.0104$	$k''_{bbv}$	$-0.0199 \pm 0.0067$
$T_{v bv}$	$-0.0335 \pm 0.0091$	$k''_{v bv}$	$0.0016 \pm 0.0055$
$T_{rvr}$	$-0.1262 \pm 0.0164$	$k''_{rvr}$	$-0.0077 \pm 0.0102$
$T_{ivi}$	$-0.0642 \pm 0.0165$	$k''_{ivi}$	$0.0019 \pm 0.0095$



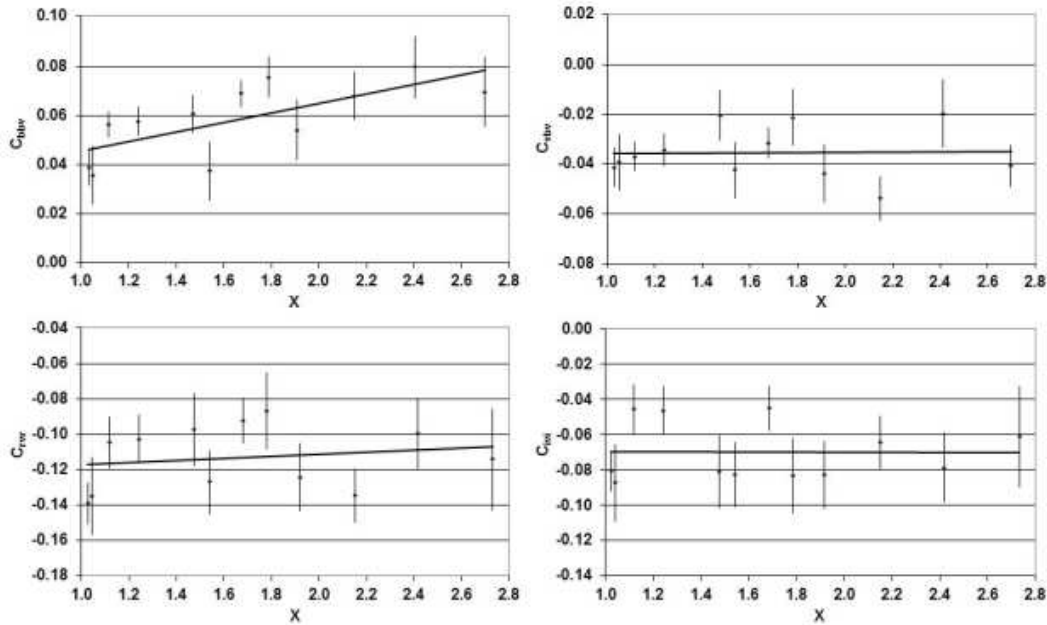


Figure 3.  $C_{bbv}$ ,  $C_{vbv}$ ,  $C_{rvr}$ , and  $C_{ivi}$  vs  $X$  for 12 sets of observations of four fields imaged over two nights.

広い範囲の色指数と空気量をカバーする2次標準星のいくつかの星野を観測することによって、個々の星の、仮定した「標準」等級とその「真」の値とが少し異なることが、平均すると分かってくる。この方法で我々は、1次標準星と比較すると、我々の2次標準星の等級がより低い精度であることを相殺することができる。

## §7. 1次減光系数

1次減光系数  $k'$  の値は直接には計算できないし、一つの視野内では空気量  $X$  が一定であると仮定しているような狭い視野を持った CCD による相対測光ではその必要もない。それらは、式(5)~(8)の中の画像のゼロ点  $Z' = Z - k'X$  の中に含まれている。 $Z'$  の値は、図2でフィットした直線の色指数0における切片として見出すことができる。しかし、それらのパラメータは大気の透明度の変化に伴い変化するので、一般的には、 $Z$  と  $k'$  の一貫した値はもたらされない。言うまでもなく、一晩の間を通してコンディションが十分に安定していれば、 $Z$  と  $k'$  は近似的に一定のままであると期待できるかも知れない。その場合、各フィルター毎に、対応する空気量  $X$  に対する  $Z'$  の値をプロットすれば、直線をフィットできて、その傾きから、使ったフィルターについての  $Z'$  の一晩に渡る平均値を得ることができる(図4)。それに対応する  $k'$  の値は表2にリストされている。期待されるように  $k'$  は波長が長くなるとゆっくりと減少していて、超波長域でのエアロゾル散乱が減っていることを反映している。

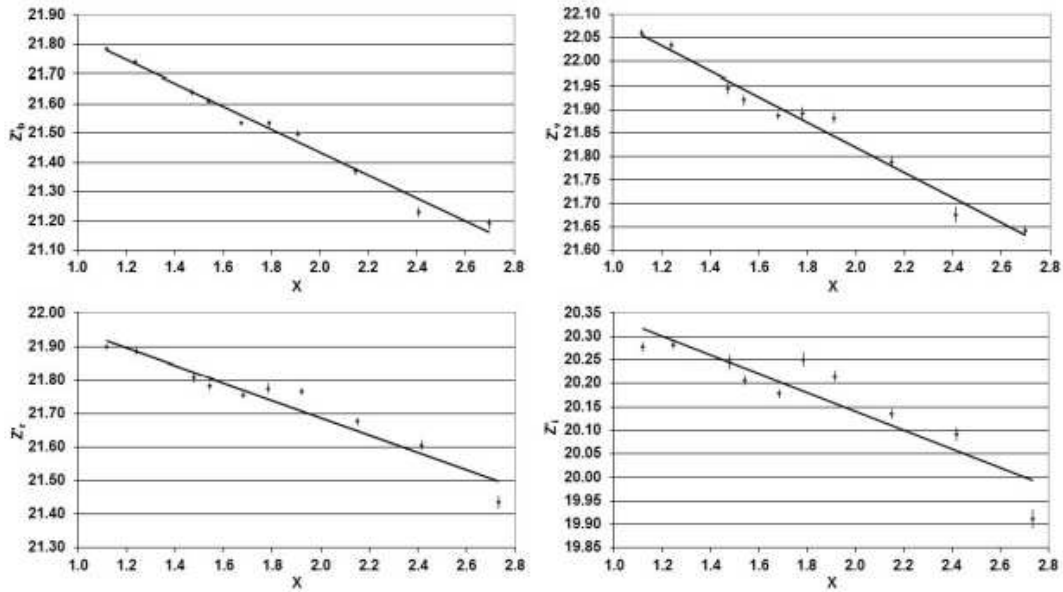


Figure 4.  $Z'_b$ ,  $Z'_v$ ,  $Z'_r$ , and  $Z'_i$  vs  $X$  for the data from one night under stable conditions.

Table 2. First order extinction coefficients for data obtained on one night under stable conditions.

<i>First Order Extinction Coefficients</i>	
$k'_b$	$0.376 \pm 0.015$
$k'_v$	$0.245 \pm 0.016$
$k'_r$	$0.224 \pm 0.025$
$k'_i$	$0.166 \pm 0.029$

## §8. 標準等級への器械等級の変換

こうして、我々は CCD 相対測光で測定された器械等級を標準 BVRI 等級システムへ変換するために必要なすべてのパラメータを手に入れる。これを行う上で、右辺には標準等級よりもむしろ器械等級のみを含んでいる方が仕事がやりやすい。式(5)~(8)を簡単に変形して、次のようにその要求にかなう式を導く。すなわち、

$$B = b + C'_{bbv} (b - v) + z_b \quad (9)$$

$$V = v + C'_{vbv} (b - v) + z_v \quad (10)$$

$$R = r + C'_{rvr} (v - r) + z_r \quad (11)$$

$$I = i + C'_{ivi} (v - i) + z_i \quad (12)$$

ここで、C'パラメータは、次のような関係で元の C パラメータと結びついている。

$$C'_{bbv} = C_{bbv} / (1 - C_{bbv} + C_{v bv}) \quad (13)$$

$$C'_{v bv} = C_{v bv} / (1 - C_{bbv} + C_{v bv}) \quad (14)$$

$$C'_{rvr} = C_{rvr} / (1 - C_{vvr} + C_{rvr}) \quad (15)$$

$$C'_{ivi} = C_{ivi} / (1 - C_{vvi} + C_{ivi}) \quad (16)$$

また、式(9)~(12)の右辺にあるいくつかの"z"項は、画像のゼロ点であり、一つの画像内の全星について同じ値である。

一般的に、 $C = T - k'' X$  であり、 $T$  と  $k''$  の値は既知である（表 1 を参照）ので、ある画像の空気量  $X$  がわかれば、我々は使う  $C$  パラメータと  $C'$  パラメータを計算することができる。

我々は、既知の等級を持ったいくつかの比較星を含む視野の中にある変光星の標準  $V$  等級を知りたいとする。その視野を  $B$  と  $V$  のフィルターを通して何枚かの画像を撮り、それぞれの画像から変光星と比較星の  $b$  と  $v$  の器械等級を測定する。それぞれの画像の星の空気量  $X$  の平均値を知り、それぞれの画像について、 $C_{bbv} = T_{bbv} - k''_{bbv} X$  と  $C_{v bv} = T_{v bv} - k''_{v bv} X$  及び 式(14)から  $C'_{v bv}$  を計算する。式(10)を使って複数の比較星の標準および器械等級を知り、それぞれの画像についてのゼロ点  $z_v$  を決定できる。我々は変光星の  $b$  と  $v$  の器械等級を知っているので、我々は各画像の標準  $V$  等級を計算するために再び式(10)を使う。最後に、これらの変光星の画像毎の  $V$  等級を使って、平均値と標準偏差を計算することができる。

同様な手順で、測定した器械等級  $bvri$  から式(9)(11)(12)を使って、 $BRI$  の値が得られる。

## §9. 色指数の変換

色指数についての変換方程式は、式(9)~(12)から見つけることができる。すなわち、

$$(B - V) = C'_{bv} (b - v) + z_{bv} \quad (17)$$

$$(V - R) = C'_{vr} (v - r) + z_{vr} \quad (18)$$

$$(V - I) = C'_{vi} (v - i) + z_{vi} \quad (19)$$

ここで

$$C'_{bv} = 1 / (1 - C_{bbv} + C_{v bv}) \quad (20)$$

$$C'_{vr} = 1 / (1 - C_{vvr} + C_{r vr}) \quad (21)$$

$$C'_{vi} = 1 / (1 - C_{vvi} + C_{i vi}) \quad (22)$$

$$Z_{bv} = (z_b - Z_v) \quad (23)$$

$$Z_{vr} = (z_v - Z_r) \quad (24)$$

$$Z_{vi} = (z_v - Z_i) \quad (25)$$

ここで、2つの添字は関係する色指数を示している。

## §10. 実装

実際に、上に述べた2つの手順（変換パラメータを見つけることとそれらを使って器械等級を標準等級に変換すること）は、表計算ソフトの1枚のシート上に、一直線に実装することができる。

### §11. Landolt 星野についての測定された等級の変換

この手法の適用例として、BVR フィルターによる器械等級を3つの Landolt 標準星野の星々について測定し、上に述べた方法で変換した。その変換の前後での rms 残差（標準等級と得られた等級との差）を表3に示す。これらの結果は、器械等級を標準等級に変換することによって、明らかに改善されていることがわかる。

Table 3. rms residuals between standard and derived B, V, and R magnitudes before and after transformation for stars in three Landolt standard fields.

Field	Air mass	rms residuals between standard and derived magnitudes					
		untransformed			transformed		
		B	V	R	B	V	R
98-185	1.63	0.064	0.028	0.033	0.021	0.008	0.008
98-618	1.64	0.035	0.026	0.055	0.015	0.007	0.008
114-750	1.57	0.031	0.018	0.031	0.009	0.007	0.009
Mean	—	0.043	0.024	0.040	0.015	0.007	0.008

## §12. 結論

相対 CCD 測光において、器械等級を標準等級に持つていくために必要な変換を見つけ、適用する現実的な手法を述べ、実際に示した。これは、大気による2次減光係数がふさわしく使ってみて適切であることを含んでいる。地球の赤道から離れた観測地で、空気量の全範囲をカバーすることを可能にするために、広い赤緯に分布した星野でよく測定

された2次標準星を使用することが可能である。望まれる空気量の範囲をカバーするために必要な星野を、フィルターを通して得た画像のシリーズを得るためには、空のコンディションが十分な時間の間、クリアーで安定していなければならない。これらの画像は数夜に渡って取得すればよく、結果をひとまとめにして使える。この手法は、ある観測者特に高緯度地方で観測する者にとっては、他の方法よりも容易に実行できる。

### § 1 3. 謝辞

I am grateful to Dr. Chris Lloyd and Dr. Richard Miles for helpful suggestions in preparing this paper and to Brian Warner for stimulating my thoughts on this subject. Constructive comments from an anonymous referee have helped to clarify and improve the paper.

### 参考文献

- AAVSO. 2012, APASS: The AAVSO Photometric All-Sky Survey (<http://www.aavso.org/apass>), AAVSO, Cambridge, MA.
- Da Costa, G. S. 1992, in *Astronomical CCD Observing and Reduction Techniques*, ed. S. B. Howell, Astron. Soc. Pacific, San Francisco, 90.
- Green, D. W. E. 1992, *Int. Comet Q.*, 14, 55.
- Hardie, R. 1959, *Astrophys. J.*, 130, 663.
- Harris, W. E., Fitzgerald, M. P., and Reed, B. C. 1981, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 93, 507.
- Henden, A. H. 2012, “Calibration fields” (<ftp://ftp.aavso.org/public/calib/>).
- Honeycutt, R. K. 1971, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 83, 502.
- Landolt, A. 1992, *Astron. J.*, 104, 340.
- Landolt, A. 2009, *Astron. J.*, 137, 4186.
- Landolt, A. 2011, “Equatorial standards” (<http://www.cfht.hawaii.edu/ObsInfo/Standards/Landolt/>).
- Romanishin, W. 2002, “An Introduction to Astronomical Photometry Using CCDs” (<http://homepage.usask.ca/~ges125/Astronomy/wrccd4a.pdf>).
- Stubbs, C. W., et al. 2007, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 119, 1163.
- Warner, B. 2009, *Photometry Workshop*, Soc. Astron. Sciences, 28th Annual Symposium on Telescope Science, held May 19-21, 2009, Big Bear Lake, CA.
- Welch, D. 1979, *J. Roy. Astron. Soc. Canada*, 73, 370.